MECHANICA

TOETS 1 **21-12-2001**

1. Een massieve homogene bol met massa m bevindt zich op de as van een dunne uniforme schijf met massa M en straal R.
   De schijf heeft een dichtheid per oppervlakte eenheid van ρ (kg/m^2).
   a. Bereken de kracht waarmee de schijf aan de bol trekt.

   We maken nu een kleine opening in de schijf waardoor de bol door de schijf heen kan bewegen. Door de aantrekkende kracht van de schijf zal de bol naar de schijf toe bewegen.
   b. Leg uit of de beweging van de bol ten opzichte van de opening in de schijf een harmonische trilling gaat vormen of niet.

2. Op een massa m die aan een veer met veerconstante k hangt, gaat een aandrijvende kracht $F_0 \cos \omega t$ werken.
   a. Toon aan dat de amplitude A van de beweging te schrijven is als:

$$A = \frac{F_0}{m(\omega_o^2 - \omega^2)}$$

   b. Teken in een grafiek de amplitude tegen de hoekfrequentie.
   c. Geef in dezelfde grafiek aan hoe de amplitude verandert bij verschillende maten van wrijving.

3. Een rotsblok komt met een beginsnelheid nul vanuit het oneindige het gravitatieveld van de aarde in. Door voortvarende fysici is een uitkijkpost gebouwd op een toren die drie aardstralen hoog is boven het aardoppervlak. Een waarnemer in de uitkijkpost stelt de snelheid vast van het neertuimelende rotsblok. De snelheid van het rotsblok vlak boven de grond is, als we afzien van luchtwrijving, ten opzichte van de snelheid bepaald in de uitkijkpost:
   1. Tweemaal zo groot
   2. Driemaal zo groot
   3. Viermaal zo groot
   4. Zesmaal zo groot
   5. Achtmaal zo groot
   6. Negenmaal zo groot
   7. Zestienmaal zo groot.

   Geef een toelichting bij je keuze!

Puntenverdeling: 116 (a-10, b-6); 2 12 (a-6, b-3, c-3); 3-8 (antwoord 2, uitleg 6)

MECHANICA

TOETS 2 **18-01-2002**

1. Aan een touw met lengte b (en een verwaarloosbare massa) hangt een massa m. Het ophangpunt van deze slinger beweegt recht omhoog en heeft een constante versnelling a.
   a. Bepaal op een willekeurig tijdstip t de coördinaten x en y van de massa uitgedrukt in t, b, a en θ. Doe dit ook voor de snelheidsfuncties.
   b. Stel een uitdrukking op voor de kinetische en voor de potentiële energie van het systeem.
   c. Toon aan dat de bewegingsvergelijking van dit systeem geschreven kan worden als:

$$\ddot{\theta} + \frac{a+g}{b}\sin\theta = 0$$

   d. Bepaal de vergelijking voor de trillingstijd bij een kleine uitwijking.

2. Het basisprobleem van de variatierekening is een functie $y(x)$ te vinden waardoor de integraal:

$$J = \int_{x_1}^{x_2} f(y(x), y'(x); x)\, dx$$

   een extreem geeft.
   We nemen als functie $f = (dy/dx)^2$, waarbij $y(x) = x$. We voegen aan $y(x)$ de functie $\eta(x)$ toe waarvoor geldt dat $\eta(x) = \sin(x)$. De limietgrenzen zijn $x = 0$ en $x = 2\pi$.
   De nieuwe functie voor y ziet er dan uit als: $y(\alpha,x) = x + \alpha\sin(x)$.
   Toon aan dat $J(\alpha)$ een uiterste waarde krijgt voor $\alpha = 0$.

3. Een massieve cilinder en een holle cilinder rollen van een schuine helling. Het traagheidsmoment I van een massieve cilinder is $\frac{1}{2}mR^2$, en van een holle cilinder mR^2. De rotatie-energie kan berekend worden met $\frac{1}{2}I\omega^2$.
   De holle cilinder is langzamer dan de massieve als:
   a. $m_{hol} = m_{massief}$, waarbij m gelijk is aan de (trage) massa
   b. $R_{hol} = R_{massief}$, waarbij R de straal van de cilinder is
   c. $m_{hol} = m_{massief}$ en $R_{hol} = R_{massief}$
   d. De holle cilinder is altijd langzamer wat m en R ook zijn.
   Licht de keuze van je antwoord toe.

Punten: opgave 1: 14 pt (1a: 3; 1b: 3; 1c: 6; 1d: 2), opgave 2 12 pt, opgave 3: 10 pt (antw. 2, uitleg 8).

MECHANICA

TOETS 3 **01-02-2002**

1. Een sateliet die rond de aarde beweegt heeft in zijn perigeum een snelheid van ~~28070~~ km/hr. Het perigeum ligt 220 km boven het aardoppervlak. De straal van de aarde is 6370 km. De gravitatieconstante $G = 6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$ en de massa van de aarde = $5{,}976.10^{24}$ kg.
   a. Toon aan dat het apogeum 287 km boven het aardoppervlak ligt.
   b. Bereken de snelheid van de sateliet in het apogeum.
   c. Bereken de omlooptijd van de sateliet.

V_p = 28 717 km/h
r_a = 941 km boven aarde

2. Een touw met een lengte b en een massa $m = \rho b$ hangt verticaal boven een tafel zodanig dat de onderkant van het touw de tafel net niet raakt. Op $t = 0$ wordt het touw losgelaten. Verwaarloos wrijving. Ga er vanuit dat het vrije deel van het touw een versnelling g ondervindt.
   a. Bereken de impulsverandering van het touw als de bovenkant van het touw over een afstand x gevallen is.
   b. Bereken de kracht die de tafel van het vallende touw ondervindt als functie van x.

3. Op een luchtrail (air-track) staat een wagentje met een ingedrukte veer. Op t = 0 ontspant de veer zich en duwt het wagentje weg waardoor het wagentje een snelheid krijgt. De snelheid tegen de tijd grafiek in het referentiesysteem van de aarde staat in de onderstaande figuur weergegeven.

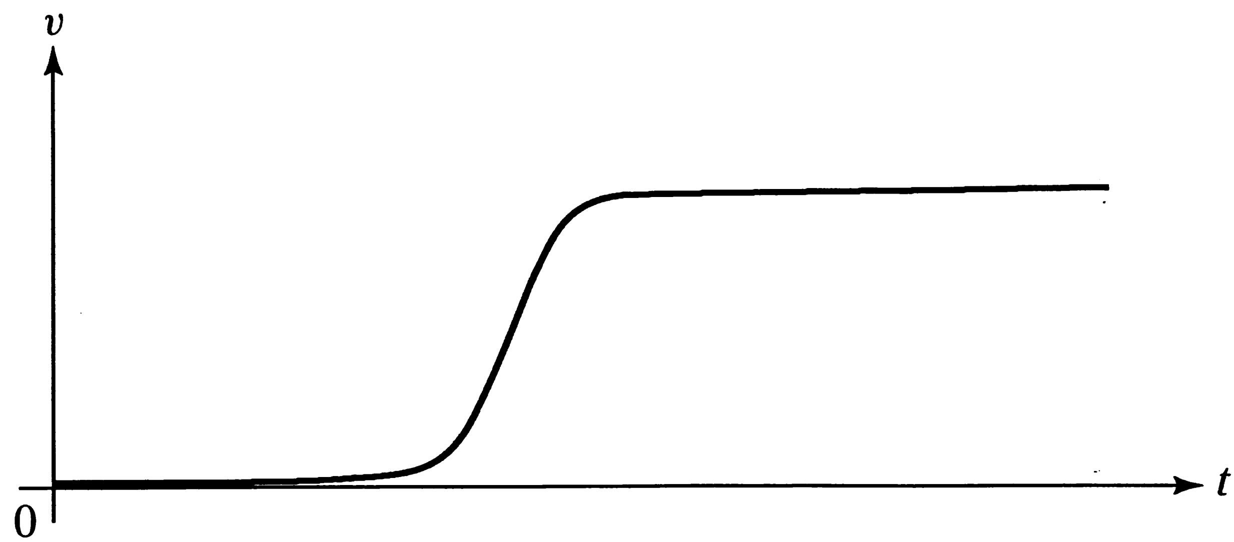

Figure 1

Dezelfde activiteit wordt nu ook waargenomen in een referentiesysteem dat met een constante snelheid beweegt ten opzichte van het referentiesysteem van de aarde.
Welk van de hierna genoemde veranderingen zijn afhankelijk van de snelheid van het nieuwe referentiesysteem.

a. De snelheidsverandering
b. De impulsverandering
c. De kinetische energieverandering
d. Geen van de genoemde veranderingen.

Bespreek de alternatieven en geef een toelichting bij je antwoord.

Puntenverd. 1. 14p (6,4,4); 2. 12p (6,6); 3 10p (antw.2, vier toelichtingen 8)

MECHANICA

TOETS 4 — 15-02-2002

1. Een deeltje valt van een hoogte *h* boven het aardoppervlak omlaag in het gravitatie veld van de aarde. Door de Coriolis kracht op het deeltje zal het van de loodlijn van het beginpunt naar de aarde afwijken.
   a. Bereken de horizontale afwijking ten opzichte van de loodlijn van het deeltje bij terugkomst op het aardoppervlak.

   Een ander deeltje wordt vanaf het aardoppervlak omhooggeschoten en valt daarna weer terug naar de aarde.
   b. Leg uit waarom de afbuiging die het deeltje ondervindt bij het omhooggaan de afbuiging bij het omlaaggaan niet compenseert.

2. Zoals een ieder bekend is kunnen de elementen van de traagheidstensor berekend worden met de volgende relatie: $I_{ij} = \sum_{\alpha} m_{\alpha}\left(\delta_{ij}\sum_{k} x_{\alpha,k}^{2} - x_{\alpha,i}x_{\alpha,j}\right)$.
   Bereken met dit gegeven de elementen van de traagheidstensor van een homogene kubus met dichtheid ρ en massa *M* en een lengte van de zijden van *b*, en schrijf de volledige traagheidstensor op.
   Leg een hoekpunt van de kubus in de oorsprong van een assenstelsel met de assen langs ribben van de kubus.

3. a. Leg met behulp van de Coriolis kracht uit in welke richting de lucht beweegt in de buurt van een lage druk gebied op het noordelijk halfrond als nog gegeven is dat de isobaren vrijwel evenwijdig in cirkels rond het lage druk gebied blijven liggen.
   b. Toon aan dat de beweging op het zuidelijk halfrond precies omgekeerd is.

Punteverdeling: 1: 14p (a: 8p, b: 6p), 2: 12p , 3: 10p (a: 7p, b: 3p).